市場環境における外乱と適応

飯　尾　　要

I

企業がその目的とするなんらかの状態は，相互作用的な・かつ連鎖的な・多くの諸過程の帰結としてもたらされる。これらの諸過程はそれぞれにいろいろなあり方での外乱 (disturbances) をもっており，これらの外乱がつねに上述の諸過程の経過に影響をあたえようとしているわけである。これらの外乱についてなんらの考慮がはらわれず，それらの外乱が諸過程に影響するままにまかせられるなら，その外乱の多くのものは企業にとって好ましくない結果をおよぼすだろう。たとえば，投入諸手段・投入諸努力のある一定の組合せにたいして得られる生産量や生産物の質を低めたり，利潤量を低めたりする。あるいは，ある一定の質と量でしめされる産出成果（産出物量や提供サービス）にたいする投入諸努力・諸手段の量を高めたりする。このことは，外乱によってそれらの過程の作用形態そのものが変容させられることによるだけではなく，諸過程が外乱によって休止されその回復に一定の時間を要することなどによってもあらわれ得る。

企業の活動過程は，目的としてのある一定状態を達成するためのある一定の諸手段の組合せを考え，その実行によって目的を達成することであるとすれば，企業がその活動過程を効果的に遂行するためには，外乱への対応を考えることはかなり重要な問題となる。

ところで，これらの外乱は各過程についてそれぞれのあり方で存在するから，企業が直面する外乱の問題は，企業活動の諸過程の複合 (complex)

をどのような形でとりあげるかによってそれぞれにある一定の集合であらわれる。いいかえると，企業活動過程のモデルをどのディメンション，どの領域でとらえるかによって，そこにあらわれる外乱の問題もまた多様となる。

小論では，企業がその市場環境 (market environment) と直接的に相互作用する活動過程で面する外乱の性格と，それにかかわる企業デシジョンのあり方について一つのアプローチを行なってみたい。

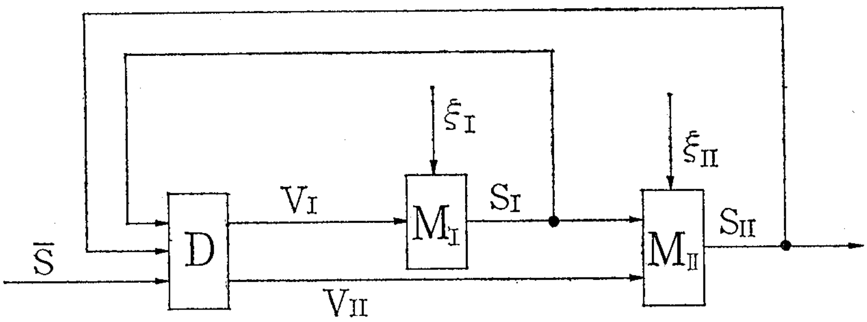
なお，「市場」および「市場環境」については，すでに筆者が他の稿でしめした市場システム・モデルに沿ってつぎのように規定しておく。〔文献11参照〕. 単数または複数の需要者のシステム，単数または複数の供給者システム[1)]，取引対象としての財と貨幣の取引が行なわれる交換システム，上述の部分システム間における投入・産出としての財・貨幣・情報，これらすべてから構成される全体システムが「市場」である。市場におけるある経済主体（需要者または供給者）にとって，その主体にかかわる市場におけるのこりの部分システムのすべてが，その経済主体にとっての「市場環境」を構成する。

II

まず一つの具体例として，企業がその市場環境との間で相互作用することにより行なわれる販売活動過程の例をとろう。その，ごく概念的なフレームのみをしめすと，Fig. 1 でしめされよう。

企業はある一定の目標売上量ベクトル $\bar{s}$ をもつ。それは，たとえば，製品ライン別または販売セグメント別の売上げ量をしめす。これはいわゆる目標値 (desired value ; command input) にあたる。企業のデシジョン・システムDにおいては一定の販売活動手段の諸量が決定される。これは販売活動Iと販売活動IIに分かれる。販売活動Iは，潜在的購買者にたいして一定の情報（価格，品質，企業イメージ etc）をあたえ潜在的購買者に

購買意志決定を行なわせる活動であり，情報効果活動ともいうべきものである〔文献**11**参照〕。これはさまざまな活動手段量の集合としてベクトル v_{I} でしめされる。この v_{I} により市場プロセスⅠ($\mathrm{M_I}$) を通じて有効需要 s_{I} が決定される。企業は，この s_{I} に応じて現実の財の供給・引渡し活動およびこれにともなう事務活動をふくむ販売活動Ⅱを決定する。これはベクトル v_{II} でしめされる。ベクトル v_{II} により，市場プロセスⅡ($\mathrm{M_{II}}$) を通じて現実売上量 s_{II} が達成される。s_{I}，s_{II} は $\bar{s}$ と同じ次元数のベクトルで，プロセス変数または制御量 (process variable; controlled variable) にあたる。v_{I}，v_{II} は制御変数または操作量 (control variable; manipulated variable) にあたる。現実の過程としては，市場プロセスⅠとⅡは複合して同時的に行なわれることもありうるが，機能的には分れる。v_{I} はその要素活動量が増大すれば一般に s_{I} の各要素量を増大させる方向に働らく。これにたいして，v_{II} は s_{I} に応じて決定される受動的活動であり，それ自体としては s_{II} の各要素量増大に寄与する働らきはもたない。ただ，v_{II} が s_{I} に応じきれないときには，s_{II} の要素量を s_{I} の要素量に達せしめない結果にいたる。



D…企業デシジョン・システム	$\bar{s}$…売上げ目標値
$\mathrm{M_I}$…市場過程Ⅰ	s_{I}…有効需要
$\mathrm{M_{II}}$…市場過程Ⅱ	s_{II}…現実売上げ
$\mathrm{V_I}$…販売活動Ⅰ	ξ_{I}…外乱Ⅰ
$\mathrm{V_{II}}$…販売活動Ⅱ	ξ_{II}…外乱Ⅱ

Fig. 1

市場プロセスⅠとⅡでは，外乱として ξ_{I} と ξ_{II} が働らく。これらは企

業のデシジョン・システムDによってコントロールできないところの外からの影響であり，市場環境の一切から投入される要因効果を総括するものとして，さしあたり概括的に規定しておく。

各活動量はある一定の貨幣的費用をともなうが，その費用合計をスカラー量でとらえ，総売上金額をスカラー量でとらえれば，企業にとっての貨幣利潤はスカラー量でしめされる。単純にいうならば，スカラーとしての利潤総量あるいは売上量の最大化が目標であるととらえられよう。たしかに企業にとってに貨幣利潤総量が目標基準となることや，また売上量総量の最大化が目標基準となることもある。しかし，現実にはこのような基準は不充分というほかない。企業にとっては，現実売上量の製品ライン別・販売セグメント別様態が，目標値で期待された様態とあまり異ならないことも要件となる。とくに，広い意味での技術の発展は，生産過程および販売活動過程の連続性と安定性を要求し，特定の設備と体制の開発結果をあらかじめ確定しておくものとしての「計画化」の必要性を高める〔文献**6**，邦訳 p.119参照〕。ここからしてベクトルとしての $\bar{s}$ と s_{II} の比較評価——その各要素間の偏差のあり方の評価——はきわめて重要となる。また有効需要 s_{I} と現実売上 s_{II} との比較（各要素間の偏差のあり方の評価）が，機会損失（copportunity loss）の意味から重要ともなる。したがって総括的にいうならば，企業が制御変数 v_{I}，v_{II} をそれにしたがって決定する基準となるところの評価関数（criterion of performance）は，つぎの要求にそれぞれにウエイトを付して総括されたものとして考えられねばなるまい。

(i) 総利潤量。 (ii) 総売上量。

(iii) 目標売上と現実売上の製品ライン別・販売セグメント別要素についての偏差。

(iv) 有効需要と現実売上の製品ライン別・セグメント別要素についての偏差。

(v) 操作量についての費用。

したがって，その要求をみたすべき評価関数は，$\bar{s}$，s_{I}，s_{II}，v_{I}，v_{II} の各ベクトルから一定の演算によって算定されるあるスカラー量として算出され，そのスカラー量の最大または最小が制御目的 (control purpose) とされよう。いまその演算はつぎの形で一般的にしめされよう。h は演算子。

$$h(\bar{s}, s_{\mathrm{I}}, s_{\mathrm{II}}, v_{\mathrm{I}}, v_{\mathrm{II}}) \tag{1}$$

企業のデシジョン・システムDは上述の制御目的のもとに，$s_{\mathrm{I}}, s_{\mathrm{II}}$ の結果および $v_{\mathrm{I}}, v_{\mathrm{II}}$ のメモリーのフィードバックにより，毎回の行動 $v_{\mathrm{I}}, v_{\mathrm{II}}$ を調整する。

上述のシステム操作が，厳密に計量化された指標と高速コンピューターによって遂行されるか，ややラフな指標のもとにプリミティヴな手法と思索によって低速で遂行されるかは，いま問題の本質にはかかわりはない。

ところで上述のシステム・モデルをより簡単化し一般化して，Fig. 2 のように構成し得る。

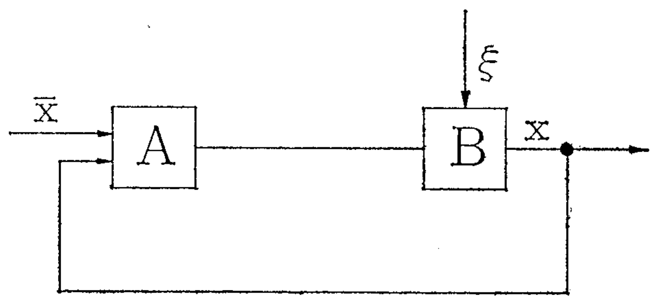


Fig. 2

コントローラーAは企業のデシジョン・プロセスあるいはデシジョン・コンピューターにあたる。さきのモデルでの $M_{\mathrm{I}}, M_{\mathrm{II}}$ は一括してコントロール対象Bとされる。目標値 $\bar{x}$，プロセス変数 x，制御変数 v，外乱 ξ はそれぞれ時間 t のベクトル関数である。$\bar{x}, x$ は n 元，v は r 元，ξ は l 元としよう。

$$x = F(v, \xi, t)$$
$$x = x(t), \bar{x} = \bar{x}(t) \tag{2}$$

$$v=v(t),\ \xi=\xi(t)$$

Fは対象プロセスBの特性をしめす演算子であり，たとえば次式などでしめされるもの。

$$\frac{dx}{dt}=f(x, v, \xi, t) \tag{3}$$

外乱ξは，加法的 (additive) であったり，パラメトリック (parametric) であったりする。一般に，非線形システムではこの二つのタイプの明らかな区別はない〔文献 **1**. p. 16〕。

一般に，外乱ξは確率変数としてあらわれる。外乱ξあるいはその要素はイクスプリシットにあらわれないこともある。この場合は，ξの特性のかわりに，xの条件確率的な特性がvと初期条件 x_0 に依存してしめされ，これが演算子Fと外乱ξの特性の表示となりうる。

Fig. 2 における対象プロセスBを，企業が市場環境と相互作用するプロセス一般を表示するものとれば，Fig. 2 のシステム・モデルは，狭義の販売活動過程だけでなく，企業と市場環境との相互作用における活動過程一般を表示することができる。現実に，企業の生産量設定，価格設定，製品計画，R & D 計画，調達計画，在庫管理なども市場環境との相互対応において行なわれ，これらのプロセスは微視的にみると販売活動過程を媒介して行なわれる別個の過程であるが，しばしばいわれるように「総合的マーケティング」(total marketing) という考え方なども今日ひろく行きわたっている。したがって，上述のような諸過程のいずれか，あるいはまたそれらの複合を，Fig. 2 のモデルでしめすあり方も有効である。したがって，Fig. 2 のフレームで，市場環境との相互作用における企業活動過程一般を代表させて出発することも妥当となる。

さて，一般に上述の制御システムにおいては各制御を行なうプロセス（ある制御関数vを採るプロセス）についてある実数値が評価関数hによって次のように付される。

$$h(x, \bar{x}, v, \xi, t) \tag{4}$$

h は時間関数 $x, \bar{x}, v, \xi$ についての汎関数 (functional)。ここで確率ベクトル関数 ξ が入っている場合には h の数学的期待値としての H が使用されることが適当だろう。次のようにしめす。

$$H(x, \bar{x}, v, t) = E\{h(x, \bar{x}, v, t)\} \tag{5}$$

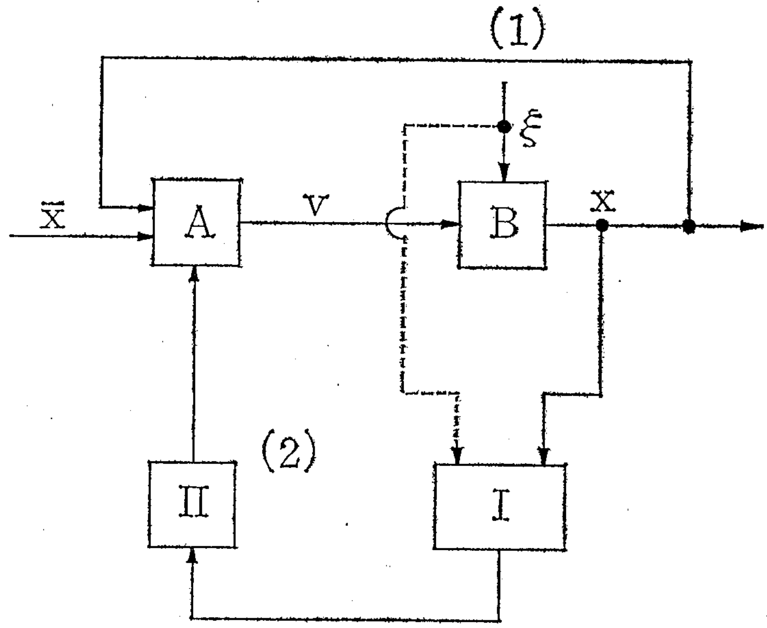
ここで，対象プロセスのシステム特性パラメーターが既知で，そこにおける外乱 ξ の統計学的性格すなわち外乱 ξ の確率分布の形とパラメーターが既知の場合には，H の値は v にのみ依存する。いま，H 最小化が制御目的であるとすれば，つぎの条件をみたすような v_0 が最適政策である。

$$H(x, \bar{x}, v_0, t) = \inf_{v \in \Gamma} H(x, \bar{x}, v, t) \tag{6}$$

ただし，Γ は許容制御 (admissible control) の集合。

これは，一般的な最適制御システム (optimal control system) の問題になる。

ところが，外乱 ξ の確率分布の形やパラメーターが不明確であり，そしてそのため対象プロセスの演算子Fの形やパラメーターの統計学的性格が不明確であったりする場合には，コントローラーは，未知のシステム・パラメーターについての情報をあたえる，ある種のタイプの学習操作 (learning operation) を遂行せねばならない。この場合，コントローラーはフィードバック径路で環流する x に対応する一定の動きをしめすだけでなく，たえず ξ や x のあり方についての情報から，ξ のあり方をふくむ対象プロセスBのシステム・パラメーターを推定し (これを識別問題 identification problem という)，それにしたがいコントローラーにおけるパラメーターそのものを変え，上述の x に対応する動き方そのものを調整したり変更しなければならない。そのシステム・モデルは Fig. 3 でしめされる。径路(1)につながるループをオリジナル制御ループ (original control loop) といい，径路(2)につながるループをデシジョン適応ループ (decision adaptive loop) ということもある〔文献8. p. 10〕。



I ……システム識別（同化）器＝identifier
II……Iにもとづき　デシジョン関数の形，
　　　パラメーターを変更するコンピューター
Fig. 3

この Fig. 3 でしめされるような制御システムを，小論では，**適応制御システム** (adaptive control system) または**最適適応制御システム** (optimal adaptive control system) という。

上述のシステムを，企業が市場環境と相互作用する過程における制御システムとみるならば，それは市場環境における外乱のあり方に応じてデシジョンを最適化するということだけではなくて，その外乱のあり方についての知識が不充分な状態から克服されるにつれて，デシジョン関数のパラメーターそのものを調整してゆくあり方といえよう。企業をとりまく市場環境における外乱については，多くの場合，その外乱についての確率関数の形やパラメーターを充分に先験的には知り得ない場合が多いのであり，一定の経験による情報の蓄積のなかで，それらの市場環境がもつ外乱についての情報を得ながら，デシジョン・システムにおけるパラメーターそのもの，いいかえるとある状況に対応するデシジョンのあり方をきめるルールそのものを決定してゆくことが多い。したがって，市場環境と相互作用

する企業活動過程における外乱の問題とその管理をみるには，上述の適応制御システムのフレームにおいてみることが有効となる。

III

さて，上述のシステム・モデルに沿って検討をすすめるには，いますこし具体的なモデル定式が必要である。

上述の過程を離散的時間過程としてモデル構成し，外乱の確率分布の一般的な形はわかっているがそのパラメーターが不確実でありわかっていない，という形の過程をとることにしよう。企業Aがコントロールしようとする対象過程（市場過程）Mの推移にかんする方程式系はつぎのように記述されると設定する。

$$x_{j+1}=f_j(x_j,\ v_j,\ \xi_j)\quad j=0,\ 1,\cdots,N$$
$$x_0=x(0) \tag{7}$$

x_j　$t=j\varDelta$ における n 元の状態ベクトル。$\varDelta$ は時間の単位増分。これは企業が制御しようとする状態の量的指標。たとえば j 期末における製品ライン別売上，販売セグメント別粗利潤量など。

v_j　$t=j\varDelta$ における r 元の制御変数ベクトル。企業Aのデシジョンが決定する各種活動手段の一組をしめす量的指標。たとえば，各媒体別広告量，各セグメント別セールスマン費用，またはそれら全体などの集合。

ξ_j　$t=j\varDelta$ における l 元の外乱ベクトル。これは経済学的には，市場環境から投入される，そして企業主体Aのデシジョンによっては行なわれないところの，すべての投入がおよぼす影響のすべてをしめす量的指標。その意味ではこれをマーフィのように「環境ベクトル（environmental vector)」とよんでもよい〔文献7．p. 17〕。

コントローラー主体Aは，x_j をある一定の目標投入 $\bar{x}_j$ にしたがわせようとして制御を行なう。$\bar{x}_j$ は目標売上量など，企業の関心のある状態に

ついての望ましいとされている状態をしめす n 元のベクトル。これも，追従制御的な意味あいなどから，ξ_j のあり方によって遂次変更されることがあり得る。たとえば，売上実績と当初目標値の偏差のあり方などから，目標値ベクトルを変えることもあり得る。したがって次式のようにしめされる。

$$\bar{x}_{j+1}=g_j(\bar{x}_j, \xi_j) \qquad (8)$$

$$j=0,\ 1,\cdots,N\text{-}1$$

ただしここでは ξ_j の全要素のうち必らずしもすべてではない部分が $\bar{x}_j$ に影響する。g_j はこのことをしめしている。その意味では上式にあらわれる限りでの ξ_j の作用は，マーフィのいう「デシジョンメーカーの環境ベクトル (decision maker's environmental vector)」にも似ている。〔文献 **7**. p. 18〕。

ここで，$O\Delta$ から $N\Delta$ にいたる間の，x_j, $\bar{x}_j$, ξ_j, v_j についての各々の時空マトリクス (space-time matrix)，すなわちトラジエクトリをつぎのように，x, $\bar{x}$, ξ, v でしめす。

$$\begin{aligned} x&=[x_0,\ x_1,\cdots,\ x_N] \\ \bar{x}&=[\bar{x}_0,\ \bar{x}_1,\cdots,\ \bar{x}_N] \\ v&=[v_0,\ v_1,\cdots,\ v_N] \\ \xi&=[\xi_0,\ \xi_1,\cdots,\xi_N] \end{aligned} \qquad (9)$$

コントローラーAにとってのスカラーとしての評価関数は次式でしめされる。

$$h(x,\ v,\ \bar{x}) \qquad (10)$$

(注) いま(10)式の具体的な形は問題ではない。一般的には(10)式は二次形式を用いたりして，次式などでしめされる。

$$h(x,\ v,\ \bar{x})=\sum_i^N (\bar{x}_i-x_i)^T Q(\bar{x}_i-x_i)+\sum_i^N v_i{}^T R v_i$$

Tは転置行列をしめす。Q, R は二次形式の係数をしめす対称行列。ここでは簡単に考えて次のようにとらえてもよい。

$$h(x,\ v,\ \bar{x})=\sum_{i=0}^{N} L^T(\bar{x}_i-x_i)+\sum_{i=0}^{N} C^T\cdot v_i$$

すなわち，x_i, $\bar{x}_i$, v_i を列ベクトルとして L^T は各 x_i, $\bar{x}_i$ の要素別偏差につけられる費用ウエイトの行ベクトル。x_i のある要素がそれに対応する $\bar{x}_i$ のある要素より大きいときにはその差はゼロと規定してもよいし，または，x_i, $\bar{x}_i$ を若干操作して，本論IIの(1)式でしめした意味で，機会損失が算定されるような形に x_i を修正することもできよう。また，C^T は v_i の各要素に付された費用の行ベクトル。v_{-1} はゼロベクトル。

いま，$h(x,\ v,\ \bar{x})$ の最小化が判御目的であると設定される。

v_j についての許容制御の集合を V_j とする。

$$v_j \in V_j \tag{11}$$

コントローラーは，$j\Delta$ において，V_j の中から $h(x,\ v,\ \bar{x})$ を最少にする v_j をえらぶ。コントローラーはフィードバック・システムの原則として，システム応答の測定の基礎の上に v_j を決める。そのデータはつぎの観察ベクトル (observation vector) z_j として構成されよう。これは情報記録 (information record) すなわちメモリーをもふくんでいる。

$$z_j=\gamma_j(x_j,\ \bar{x}_j,\ v_{j-1}\ z_{j-1},\ \xi_j) \tag{12}$$

$$j=0,\ 1,\cdots,N$$

ただし，v_{-1}, z_{-1} は空集合。

もし z_j が上述の形で得られれば，コントローラーはシステム特性について判断して v_j を決定し得る。制御 v_j は z_j のみに依存して決定され得るから，そのデシジョン関数 $\overline{u}_j$ は次式でしめされる。

$$v_j=\overline{u}_j(z_j) \tag{13}$$

いま，$(V_0\times V_1\times\cdots\times V_N)$ なるデカルト積をVで，また z_j の値域を Z_j として，$(Z_0\times Z_1\times\cdots\times Z_N)$ なるデカルト積をZでしめす。ZからVへの関数で，上述(13)式の特性をもつものの集合を Γ とすれば，Γ の各要素は純粋制御策 (pure control policy) とよばれるもので，デシジョン関数のトラジエクトリでしめされる。

$$\overline{u}\in\Gamma \tag{14}$$

$$\bar{u}=[\bar{u}_0,\ \bar{u}_1,\cdots\bar{u},_N]$$

問題は，あたえら z れるに対応する最適のデシジョン関数のトラジエクトリ $\hat{u}$ を Γ のなかからみつけることである。

さてここで，$j\Delta$ における ξ_j は確率ベクトルであるから評価関数は(10)式のままでは，すなわち，$h(x,\ \bar{u}(z),\ \bar{x})$ のままでは不適当でありその期待値がとられる。

いま外乱 ξ は次の確率分布の関数をもつとする。

$$F(\xi_0,\ \xi_1,\cdots,\xi_N|\theta) \tag{15}$$

前提により，F の形は既知であるがそのパラメーター θ が問題である。評価関数は次の形になる。

$$H(u,\ \theta)=E\{h(x,\ \bar{u}(z),\ \bar{x})\} \tag{16}$$

もし θ が確定されているなら，$H(\bar{u},\ \theta)$ は $\bar{u}$ のみの関数となり H を最小にする $\bar{u}$ も確定される。

だが前提のように F の形は既知であるが，θ は既知のパラメーター集合 Θ の要素であり $(\theta\in\Theta)$，パラメーターはその要素のどれになるかわからない，そのあり方が確率的である，とする。この場合が適応制御過程になる。

そこで，いま Θ の各要素についての確率分布のすべての集合を Θ^* とし，その要素を θ^* とする。

$$\theta\in\Theta^* \tag{17}$$

コントローラーが θ^* のいづれをとるかということは，Θ の各要素についての相対的確率についてコントローラーがもっている情報あるいは知識にかかっている。

同様に，Γ の各要素についての確率分布の集合を Γ^* とすると，その要素 u^* は確率化された制御策 (randomized control policy) をしめすことになる。

$$u^*\in\Gamma^* \tag{18}$$

なお，θ, Θ は θ^*, Θ^* のそれぞれ真部分集合としてあつかうこともできる。

いま，ある政策 u_0^*，パラメーターについてのある確率分布 θ_0^* があるとしよう。

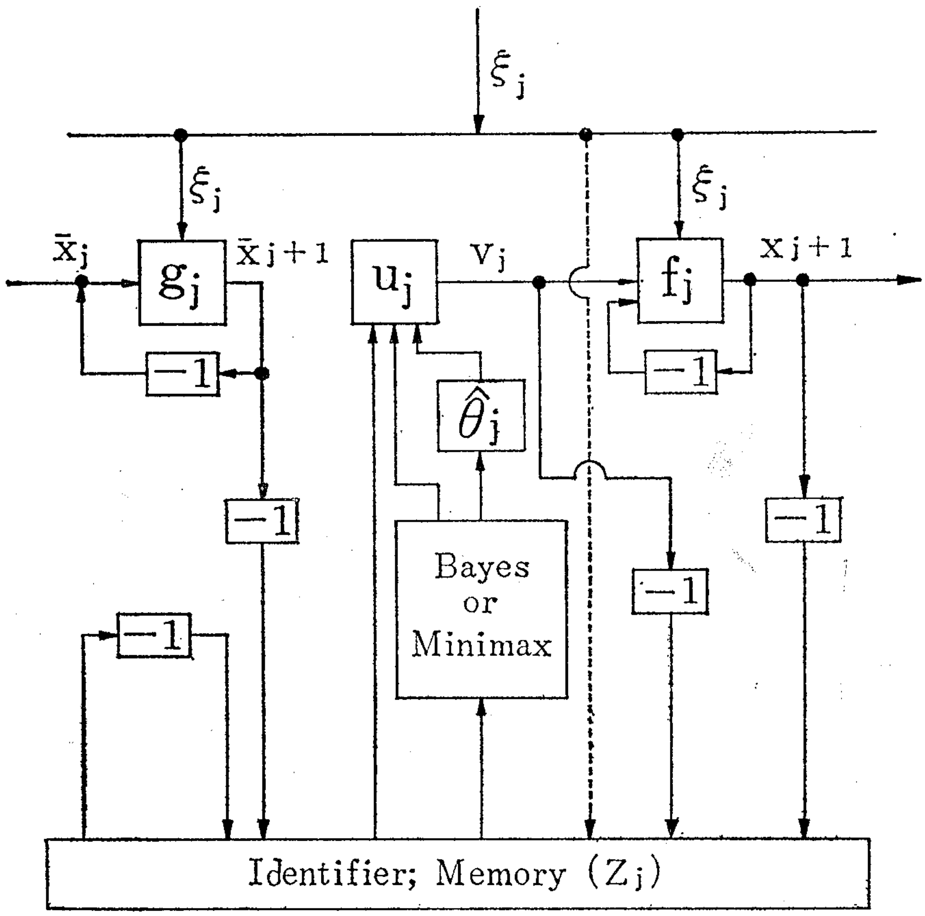
$$u_0^* \in \Gamma^*,\ \theta_0^* \in \Theta^* \tag{19}$$

その際，つぎのように定義される。

$$H(u_0^*,\ \theta)=\int H(u,\ \theta)\mathrm{d}u_0^* \tag{20}$$

$$H(u_0^*,\ \theta_0^*)=\int H(u_0^*,\ \theta)\mathrm{d}\theta_0^*$$

ここで，われわれは二つのケースをみることができる。一つは，ベイズ



※ $\boxed{-1}$ は time-lag

Fig. 4

政策 (Bayes policy) であり, 他の一つはミニマックス政策 (minimax policy) である。

(I) ベイズ政策の場合。

コントロール・デザイナーにとって Θ の各要素の確率分布について彼に利用できる充分な情報があると考えられれば, かれは θ に, $\hat{\theta}_0{}^*$ なる主観的確率分布 (subjective probability distribution) を付することができる。($\hat{\theta}_0{}^* \in \Theta^*$)

この場合にはもし次式をみたす $u_0{}^*$ があれば, これが $\hat{\theta}_0{}^*$ に関する最適制御策である。そして評価関数は次式の値をとる。

$$H(u_0{}^*,\ \hat{\theta}_0{}^*) = \inf_{u^* \in \Gamma^*} H(u^*,\ \hat{\theta}_0{}^*) \tag{21}$$

この場合, システムにおいて θ の現実値は, $\theta_0{}^*$ なる確率分布で Θ の値域でおきる確率ベクトルの特定の実現値であるとしよう。

$j\Delta$ 期における $\hat{\theta}_0{}^*$ を $\hat{\theta}_0{}^*, j$ とすれば, この $\hat{\theta}_0{}^*, j$ は, コントローラーにとっての観察ベクトルからたえず修正され, より現実的なものに, すなわち $\theta_0{}^*$ に近づけば近づくほど, その最適政策はより現実的なものになる確率が高くなるわけである。〔本論末尾の**数学的付註 I** を参照, なお文献**13**の付註参照〕

(II) ミニマックス政策の場合。

上述のケースに反して, 上述のような情報が利用できるほど充分でないときには, コントローラーは, $\theta_0{}^*, j$ を付しこれを改善してゆくといった政策コースを放棄するほかない。そこでは, コントロール・デザイナーは〝最悪の事態より悪い事態はない〟という情報のほかなにももてない。したがってこの情報に立つとして, 評価関数の可能的最大値の最小値を追求せねばならない。すなわち, 次式をみたす $u_0{}^*$ があればこれがそのミニマックス政策である。そして評価関数は次式の値をとる。

$$\sup_{\theta^* \in \Theta^*} H(u_0{}^*, \theta^*) = \inf_{u^* \in \Gamma^*} \sup_{\theta^* \in \Theta^*} H(u^*, \theta^*) \tag{22}$$

そして，つぎのことは注意されねばならない。

$$\inf_{u^*\in\Gamma_*} H(u^*, \theta_0^*) \leqq \inf_{u^*\in\Gamma^*} \sup_{\theta^*\in\Theta^*} H(u^*, \theta^*) \tag{23}$$

そこで，この制御策はしばしば悲観主義的 (pessimistic)(スウォーダー) とか，最悪の場合での戦略 (strategies at the worst case) (フェルドバウム) ともよばれる。もし最も都合の悪い分布 θ_0^* (tne least favorable distribution θ_0^*) に一定の規定をあたえると，このミニマックス制御策は，その最も都合の悪い θ_0^* について決定されたベイズ制御策であるともいえる。〔本論末尾の**数学的付註**Ⅱ参照〕

さて，われわれが上述でとりあげてきた外乱 ξ はパラメーター θ をもっているが，このパラメーター θ は制御変数 v から独立に存在している。いいかえると，外乱そのものは制御からは独立の変数としてあつかわれている。したがってそこでは一般には次のこともいわれる。

「ミニマックス政策はアプリオリな情報がすこししかないシステムを扱う上では多くの直覚的アピールをもっている。だがそれは，その欠点をもたぬわけではない。つまり，一方においては，自然にたいして，**積極的な敵対者** (an active opponent) の性格を付するよりも**無関心な参加者** (an indifferent participant) の性格を付する方が，より合理的なように思われる。すなわち，θ の真の値がまさにコントロールシステム・デザイナーにとって状況を困難にするように選ばれるだろう，ということは，すこしありそうにないことにも思われる。第二に，ミニマックス政策はアプリオリ情報をまったく利用しないことにもなる。……このような意味あいで，ミニマックス策はつねに合理的というわけでもない。このような場合には，エンジニアは最大費用による順位づけ (the max-cost ordering) を適当なやり方で修正したり，ミニマックス概念を完全に忘れて，その判断を用いねばならない。」(スウォーダー) 「この戦略 (strategy) (ミニマックス策により決定された v_0^*…訳註) はどのような意味あいで最良とみなされ得

るか。この戦略はそれについての最悪のケースにおいて，他の戦略における最悪のケースよりも，よりよい結果をもたらすからである。最悪な可能ケースへのこの志向は，どのような条件下においてもシステムは決してそれより悪くは働らくまいという保証をあたえている。だがしかし，もしシステムの働らきの最悪の状態が現実には非常にまれにしか現われないとしたら，上述の志向は実際的観点からは正当化され得ない。したがって，ミニマックス・アプローチはけっして唯一可能な観点ではない。……多くのコミニュケーションとコントロールの問題では，ノイズを発する自然は人間の目的にたいして無関心 (indifferent) であり，損害を惹きおこそうという熟考——〝**悪意**〟(malicious intent) を欠いている。したがって，人間と自然とのゲームとみなされるコミュニケーションとコントロールの問題の解としては，ミニマックス・アプローチは不必要にペシミスティックであるといえよう。」(フェルドバウム)〔文献**9**. pp. 46〜7，文献**1**. pp. 286〜7〕。

上述の指摘は，一般の工学的管理などでしめされるところの，自然を対象とする制御の状況についていわれている。このような場合には，外乱がコントローラーの制御変数から独立に生起すると考えることも多くの場合妥当し得る。

しかしながら，もし，一定の制御問題において，環境要因が〝積極的な敵対者〟としての性格をもち，また〝悪意〟をもっているような状況が明示的に考慮されねばならないような場合にあっては，上述の指摘は妥当しない。その場合には上述の指摘が妥当しないということは，単にミニマックス策の妥当度への制限が消極的な意味で解除されるだけではなくて，むしろ積極的にミニマックス策が採られねばならぬことを意味し得るのである。

いま，α, β 二つの主体が対持していて，各互いの制御変数だけがたがいに他の外乱をなしているという極端に単純な状況を設定しよう。また，この場合両者の評価関数はたがいに背反的であるとされる。両者にとって

このシステム方程式は下のようになる。

$$x_{j+1}^{(\alpha)}=f_j^{(\alpha)}(x_j^{(\alpha)}, v_j^{(\alpha)}, \xi_j^{(\alpha)}) \tag{23}$$
$$x_{j+1}^{(\beta)}=f_j^{(\beta)}(x_j^{(\beta)}, v_j^{(\beta)}, \xi_j^{(\beta)})$$

そして設定により，

$$\xi_j^{(\alpha)}=v_j^{(\beta)}\ ;\ \xi_j^{(\beta)}=v_j^{(\alpha)} \tag{24}$$

いま主体 α がベイズ策をとるとして，その $v_j^{(\alpha)}$ は，主体 α が外乱のパラメーター θ について，したがって $\xi_j^{(\alpha)}$ について，一定の推定を立て決定されるという過程を記号〔・〕を使い簡単に次式でしめす。

$$v_j^{(\alpha)}=[\xi_j^{(\alpha)}]^{(\alpha)} \tag{25}$$

(24) 式の第一式により

$$v_j^{(\alpha)}=[v_j^{(\beta)}]^{(\alpha)}$$

一方，主体 β の側が同様に行動すると設定すれば，

$$v_j^{(\beta)}=[\xi_j^{(\beta)}]^{(\beta)}=[v_j^{(\alpha)}]^{(\beta)}$$

故に，

$$v_j^{(\alpha)}=[[v_j^{(\alpha)}]^{(\beta)}]^{(\alpha)} \tag{26}$$
$$v_j^{(\beta)}=[[v_j^{(\beta)}]^{(\alpha)}]^{(\beta)}$$

上式の〔・〕内の要素は再び右辺全体の形で展開されるわけであり，上式は，循環小数的な形の過程として，いわゆる “I think, he thinks, I think, he thinks,…” という状況をしめしている。

上述のように単純化された場合でないにしても，このように環境的要因における外乱発生体の主要な部分が〝敵対者〟であるとみなされる場合には，その〝敵対者〟が自分より非合理的であるというやや恣意な仮定をとらない限り，コントローラーにとっては外乱のパラメーター θ についてその確率分布を $\hat{\theta}_0^*$ の形で付すルートは放棄されざるを得ない。この場合には θ_0^* がどのようになるにせよそれが Θ^* の値域にあるという設定が存在する限り，「各制御 v あるいは v^* にとって，θ_0^* が最悪になるよりは悪くはならない」という情報のほかなにも利用できないのでありその情報だけ

に立つミニマックス策が〝実際的観点〟からも最適で合理的なものとなるといえよう。

すなわち，広義のコントロール問題においては狭義の外的自然を対象とするコントロール問題と異なり，ベイズ策とミニマックス策の選択の問題は単に情報入手・利用の可能性の条件に依存するだけではなく，その可能性についての本質的限界にも関連するものとしての，**外乱発生体の〝敵対的性格〟についての定性的判断**にも依存するものであるともいえよう。この点を考慮において，われわれは，企業が市場環境と交互作用する過程における，環境的外乱の検討に入ろう。

Ⅳ

市場環境から投入される外乱は大別してつぎのようにみられるだろう。〔参照 Fig. 5〕

外乱Ⅰ：$\xi_{(1)}=[\xi_{(1)0}, \xi_{(1)1}, \cdots\xi_{(1)j}, \cdots, \xi_{(1)N}]$

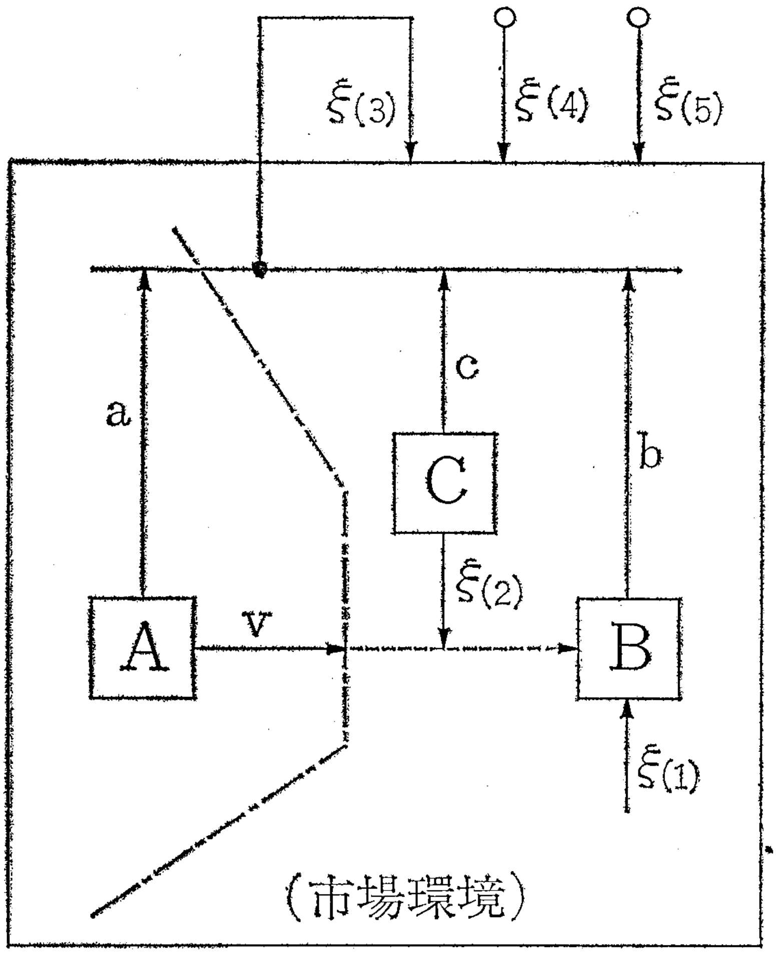
これは**主体企業A**が制御 v で直接働らきかけようとする〝**対象的経済主体**〟**B**――それは主体企業が供給者としてあらわれるときにはその潜在的需要者またはその集合であり主体企業Aが需要者としてあらわれるときには潜在的供給者またはその集合である。――の選好変化にかかわるもので，v によっては惹き起こされない要因による効果をさす。ただし上述のように指定された効果には，後述の外乱Ⅱ，外乱Ⅲ，外乱Ⅳ，外乱Ⅴが対象的経済主体に惹きおこす効果もあるから，したがってこれらをもさしいひたところの，対象的経済主体Bにおける残差的要因効果を外乱Ⅰと規定する[2)]。外乱Ⅰのなかには，Bを構成する各主体がもっているさまざまの個別的な客観的条件におけるランダム変化にかかわる効果と，Bを構成する各主体がみずからに加えられる活動 v に対応してしめす反応性向における各個別的なパラメーターのランダム変化にかかわる効果とがふくまれる。

前者については，Bが多数の主体の集合であるときには――なおデシジ

ョンの結託しているものは一単位とみる——そのランダム変化過程は大量法則のなかでながめられ，たとえばある期間においては定常的過程 (stationary random process) としてエルゴディック仮説 (the ergodic hypothesis) を適用して，その残差効果の若干について確率分布の現実値の存在を設定して，主観的確率分布とその改善のプロセスをもつことも合理的とみなされよう。またそれらの客観的条件変化がコントローラーAの v にたいして〝悪意〟をもって対応するとの設定も不必要であるから，これについてはベイズ策が適用されて合理的である。しかし，もしBがごく少数——たとえば単独であるような場合には，上述の統計学的考え方は，もし問題となっている過程がその外乱 I について時間平均 (time average) をあつかうことに現実的意味をもたせ得る程度のかなりの期間でない限り，有効性をもちにくい[33]。この場合にはその外乱への関心が捨象され得ないかぎり，なんらかの方法で状況を調査してある種の定量的判断を採用するか，それが困難なときには——そして現実にこの判断が得にくいところからランダム外乱としてとらえるほかないことが多いのであるが——外乱効果のパラメーターの値域についての情報に立ってミニマックス政策によるのが残される道であるということにもなろう。

後者の，v に対応する反応性向における残差効果については，Bがコントローラーにたいしてもっている〝悪意〟の問題が考慮に入れられねばなるまい。しかしこの場合にも，Bが多数の主体の集合であるときには，その各主体がある一定の v にたいしてしめす評価が多様であり反応様式も多様であるから，前述の多数主体のケースと同様の扱いが可能なものとして許されよう。だが，Bがごく少数主体からなり，たとえば単独のような場合には，その対象主体のコントローラーにたいする〝悪意〟から生まれるあり方が直接単独にあらわれるわけであり，しかもそれについて推定することは，いわゆる "I think, he thinks,…," になるから，そこではミニマックス策が必要となることも考えられよう。

綜合すれば，外乱 I については，対象的主体としてのBがかなり多数主体からなる場合にはベイズ策を採ることが合理的と考えられる条件が多く，反対に，対象主体Bがごく少数——たとえば単独主体からなるような場合には，ミニマックス策を採用するのが合理的と考えられる条件が多い，といえよう。



(市場システム)

※　a, b, c は A, B, C の活動が $\xi_{(3)}$ 形成にいたるルート。
Fig. 5

外乱 II：$\xi_{(2)}=[\xi_{(2)0}, \xi_{(2)1}, \cdots, \xi_{(2)j}, \cdots, \xi_{(2)N}]$

これは，対象的経済主体Bをめぐって，企業主体Aにたいして競争者 (a competitor) としてあらわれる主体（競争企業など）またはその集合と

しての**競争的主体C**の活動が，Aの制御活動 v の働らきかけにノイズをあたえる効果をさす[4)]。

これについても外乱Ｉについてもほぼ同様のことが，より明確な意味あいでいえる。

競争者はもともと企業Aにたいして〝悪意〟をもつものと設定されよう。また競争者が企業主体Aよりも一般に非合理的であると設定され得る根拠もない。

したがって，Cがごく少数の競争者から——たとえば単独の企業からなるようなときには，それら少数の競争者からなるCがもたらす外乱IIの確率的パラメーターは，コントローラーAの制御 v に対応して立てられる要素が多いと判断されることがきわめて合理的となる。Cが単独企業であるときにはいうまでもない。競争企業が単数でなく，3つあるいは5つほどの企業からCがなるときにも，これら企業がたがいに競争しているためAを除く他の企業がAの v に対応して外乱IIを惹き起している要素は競争企業が単数であるときほど強くないはしても，かなり強いと判断されても，常識的といえよう。

注）競争主体 C は，n ケの企業からなる競争者集団とする。

$$C=\{C_1, C_2, \cdots, C_n\}$$

企業 C_i $(i=1, 2, \cdots, n)$ はコントローラー A の v にたいしてこれに対応するノイズを発することが考えられるが同時に，C_i は C_j $(j=1, 2, \cdots, n$；但シ $j \neq i)$ にたいしてもノイズを発さねばならない。これら全体のノイズの総計が，市場環境において，コントローラーAの v にたいして競争者集団としてのCからあたえられる外乱IIとなる。外乱IIについて各 C_i がもつ比重が等しいとすると各 C_i のもつ比重は $\frac{1}{n}$。各 C_i において他の企業について配慮する比重が等しいとすれば各 C_i がAにたいして払う比重は外乱II全体の $\frac{1}{n}\times\frac{1}{n}$。これらの合計は $n\times\frac{1}{n}\times\frac{1}{n}$。つまり外乱IIにおいて，Aにたいして配慮されている比重は全体の $\frac{1}{n}$。$n=1$ のときにこの比重は最大であり，n がかなり小さい数の時はかなり大きく，n がかなり大きくなると，その比重はかなり小さい。

上述の場合には外乱IIの確率関数のパラメーターの統計学的推定が “I

think, he thinks,…" におちいることを避けようとすれば，コントローラーAにとって最も好ましくないパラメーターになりやすいと設定するのが合理的であることになる。すなわちミニマックス策の採用である。

これにたいして，Cがかなり多数の主体からなりそれがたがいに競争しているときには，全体としてのCによって惹きおこされる外乱IIがコントローラーAにたいして対応的にたてられているという要素はかなり低くなるとみられる。たとえていうと，さきにあげた場合は，二つの企業がたがいに相手企業の広告政策に注目しあい〝対抗〟しながら〝妨害〟的な政策を立てているような状況であり，あとの場合には，一般的に市場環境における他企業の広告量が多いことがノイズとなっているような状況に近い。この後者の場合には，比較的に中立的なノイズ――つまりAのから独立に生起する外乱とみなして扱い，ベイズ政策的に対処することが合理的とみなされ得る要素が濃いといえよう。しかも，各競争者の，ある v にたいするノイズあり方が多様であることを考えればさらに上述のとらえ方は正当化され得る。

外乱 III：$\xi_{(3)0}, \xi_{(3)1}, \cdots, \xi_{(3)j}, \cdots, \xi_{(3)N}$]

上述のもののほか企業主体Aの市場環境にとって投入される外乱が若干存在する。その一つは，A, B, C の活動の合成結果として A, B, C のだれもが充分に予期できなかった形で生まれる一定の条件変化にかかわるランダム変化で，これが A, B, C のデシジョン関数のパラメーターの変化を促がすものである。たとえていうと価格パラメーターあるいは一般市況のランダム変化である。これを外乱IIIとして規定しよう。これについてはつぎのことがいえる。上述の外乱はいいかえると価格等のバロメーター的指標[5]の変化におけるランダム変化の問題である。このバロメーターの「屈伸性」(flexibility) が充分に発揮されるのは，供給寡占や供給独占，需要寡占や需要独占が存在しないときであるから，〔文献4．p. 88の注11．文献10. pp. 22～23〕，前述モデルでいうと，CおよびBが多数主体からなるような

状況においてである。そのときにはいはば「価格は市場における全個人の行動の結果であるが，各個人は別々に現実の市場価格を，自己がそれに適応しなければならないところの与件とみなす」ほかない〔文献5, p. 70〕状況でありそれ故にバロメーター機能が発揮されているのであるから，このランダム変化について，特殊に企業主体Aにとっての〝悪意〟を指定する要はない。したがってそこにおいては，その変化についてベイズ政策に立って統計学的推定によることも合理的とみなされよう。

しかしながら，もし，BおよびCにおいて，供給独占・寡占，需要独占・寡占の条件が生まれるなら，バロメーターの屈伸性は失なわれる。このことは，そのバロメーター変動の問題にかかわる外乱は，前述の外乱Ⅰ，ⅡにおけるBおよびCが少数主体からなるときの外乱に包摂されることを意味している。この場合には，コントローラーは，問題とされている条件変化のランダム変化にたいしてミニマックス策に立つことを要求されるのはすでに前述のとおりである。

外乱Ⅳ：$\xi_{(4)}=[\xi_{(4)0}, \xi_{(4)1}, \cdots, \xi_{(4)j}, \cdots, \xi_{(4)N}]$

つぎにあげられるのは，A, B, C から独立のあるデシジョン・メーカー，たとえば政府の行動によって投入される経済的・政治的・法制的等の要因効果である。これもさまざまの政策によって A, B, C のデシジョン関数に影響をあたえる意味で，Aにとって一つの外乱として現われ得る。これを外乱Ⅳと規定しよう。これについては，特殊にコントローラーAにとって〝悪意〟をもって対応してくるという設定の必然性がない場合においても，過去の経験情報からベイズ策で対策を決定する方法が現実に有効性をもつと考えられることは実際的には少ないだろう。問題はすぐれて個別判断にかかることが多いのであり，もしコントローラーにとってこの外乱が無視できない場合には，一定の情報からミニマックス策をとるほかないこともあるだろう。

外乱Ⅴ：$\xi_{(5)}=[\xi_{(5)0}, \xi_{(5)1}, \cdots, \xi_{(5)j}, \cdots, \xi_{(5)N}]$

これは，自然的環境要因により投入される効果である。これについてはその要因効果の性質からしてコントローラーにたいして〝悪意〟の設定は必然性がない。問題とされる外乱についての情報利用の可能性，および問題とされる過程とのかかわりにおいて，定性的判断が立てられ，ベイズ策あるいはミニマックス策が立てられよう。

以上でつきるものではないが，市場環境における主な外乱類型について検討した[6]。

V

実際には，市場環境における企業にとっては上述の外乱Ｉ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ，Ｖが複合してあたえられる。そこでコントローラーが上述外乱のどれを重視しどれをネグレクトして対応策の型を決定するかは，そのコントローラーにあたえられた状況と問題に依存するというほかない。ただしかし，上の分析からつぎのいくつかの帰結をひきだすこともできる。

外乱Ｉについていうと，企業者にとっては，できる限りその客観的条件や反応性向のパラメーターの均質化した対象主体ごとに細分してコントロールを立案しておくことが望ましいということになる。これは，いわゆる市場細分化（market segmentation）の問題にほかならない。市場細分化が効果的に設定されればされるほど，外乱Ｉの確率関数のパラメーターについてはかなりの程度確定的に推定されてもよいという実際的結論に達し得るだろう。

さらに，積極的に，対象主体にたいして均質化した客観的条件をあたえてゆく問題も一つの有効策としてあらわれる。これは，製品規格化（product standardization）の問題にも関連している。ある先行する時期に規格化された製品をあたえてゆくことによって後続期の選好パラメーターに関する条件を規格化してゆく問題である。

さらにこれよりも明確であるのは，積極的に対象主体の選好パラメーター・反応性向パラメーターそのものに働らきかけこれを均質化してゆくよ

うな情報効果活動を行なうことが，後続期のコントロールにとって外乱Ⅰの問題を減少させてゆくという問題である。ここからして，企業者の情報効果活動――いいかえて狭い例をあげると広告活動――は，ますます対象主体の「潜在意識」に働きかけ，「パースナリティ構造に影響をあたえ」これらを企業の制御目的にとって有利なように均質化する努力に向けられもするのである〔文献2. p. 239, p. 242〕。

外乱Ⅱについていうと，企業者にとっては，自らの出力――制御 v が対象主体にあたえる効果の大きさ――を外乱Ⅱの発生体である各競争者 C_i $(i=1, 2, \cdots, n)$ の出力に比して相対的に増大させ，外乱Ⅱが制御 v にあたえるノイズ効果を相対的に小さなものにしてゆく努力が有効なものとして現れる。各企業は一般的に自己の成長をはかるが，これとともに，みずからにとって最も近接して影響をおよぼす競争者のデシジョンを自分のデシジョンに従属するものに変化させるために，企業の合併・吸収・系列化をすすめ，あるいはたがいに結託（coalition）をすすめ，より大きな比重を占めるものになろうと努力を行なうことになる。すなわち，「資本の集中」の問題が，みずからの制御条件を有効に運ばしめるものとしてあらわれる。

ところで，各企業者がたがいに他の競争者集団の外乱Ⅱにたいしてベイズ的政策で対応することが最も適合するのは，かなり多数の各企業が均等の比重をもちしかもその他企業への〝悪意〟の度合・方向がたがいに万遍なく均等にゆきわたっているような〝原子論的市場〟(atomistic market) であることになる[7]。前述の，デシジョンの集中としての「資本の集中」が進行すれば，その進行が各企業間において均等に，しかもその結果デシジョン主体数がかなり多数であるという条件があまり損われない程度で進行するということがみたされない限り，上述の〝原子論的市場〟の条件は達成されにくくなるだろう。

そして，**他の条件をネグレクトして外乱Ⅰおよび外乱Ⅱについていうと，完全競争的条件においては，企業がベイズ政策に立ち得る要素が濃く，反**

対に，需要独占・寡占や供給独占・寡占の条件があらわれる所では企業者がミニマックス策に立たざるを得ない要素が濃いことも，前節の分析によってみられるのである[8)]。そして，「供給寡占的ならびに需要寡占的集団が今日の資本主義下では支配的な地位を占めるまでに成長し」た段階〔文献4．p. 85〕にあっては，すでに前節でふれたように外乱IIIにかかわるバロメーターの機能は失なわれ外乱IIに包摂されるから，この面からも，支配的な寡占企業間の競争のビヘイビアはますますたがいにミニマックス制御策の類型となる要素をつよめざるを得ないこととなろう。

そして，最後につぎの問題もあらわれる。国民経済にあってかなり支配的なウエイトを占める企業，需要寡占・供給寡占集団に属するような企業にとっては，その市場環境は外延的にも国民経済的規模に拡大するのであり，政府政策等の影響はかなり直結的な作用をもつこととなる。これら企業にとっては外乱IVの問題もネグレクトできない主な要因になってくる。もしこの外乱IVを〝中立的〟なものに放置するならここでも企業はミニマックス策に立たざるを得ないことにもなりかねないのは先述の通りである。**支配的な企業は，前述のミニマックス策に立つ私的寡占企業間の競争はそれはそれとしても，外乱IVにかかわる対策として，政府または公的機関の政策デシジョンをなんらかの方法で自らのデシジョンに従属させる形でコントロールできるようにすることを，寡占企業間の前述の〝ミニマックス競争〟の外囲条件を安定させるためにも，いいかえると，評価関数の上限を安定させるためにも――〝inf sup〟の〝sup〟の上限を安定させるためにも――必要とすることにもなるだろう。**そしてこのことはその限りでは，〝ミニマックス競争〟を行なう寡占企業にとって共通の問題たり得る条件をもっている。この最後にのべた問題は，私的大企業間の〝ミニマックス競争〟の状況が進行すればするほど補償的に必要となる要因を持ち得るのであり，ミクロ経済とマクロ経済の関連についてのかなり重要な問題にかかわることとなるだろう。

しかし，上述のいくつかの帰結は，市場環境にかかわる企業活動過程の適応制御システムのフレームから導かれたきわめて骨格的なものにすぎない。これらのうちいくつかをいますこし具体的な分析とどうかかわらせるかは，別の機に展開する課題としたい。

〔数学的付註 I〕

一定の条件があれば〔文献 **9**. p. 30〕 Bayes 策は実際には純粋策で可能である。いま一般例として，θ_0^* が確定しているが未知のケースをとる。

以下は文献**9**. pp. 63〜70 から，要約的に。

$$h(x,\ v,\ \bar{x})=\sum_{i=0}^{N} W_i(x_i,\ v_i,\ \bar{x}_i)$$

$$H(u,\ \theta)=E\{h(x,\ v,\ \bar{x})\}$$

$x^s=(x_0,\ x_1,\cdots,\ x_s)$. $\bar{x}^s$, v^s, ξ^s も同様。

$$r_s=W_s(x_s,\ u_s(z_s),\ \bar{x}_s)=E\{W_s|v^{s-1},\ x^s,\ \xi^s,\ \bar{x}^s,\ \theta\}$$

$$R_s=E\{r_s\}=\int W_s\cdot p(v^s,\ x^s,\ \bar{x}^s,\ \xi^s,\ \theta)\,\mathrm{d}\Omega(x^s,\ \bar{x}^s,\ \xi^s,\ v^s,\ \theta)$$

$\int \mathrm{d}\Omega\ (\quad)$ は Ω の全変数の全域での積分。

上式の確率密度関数を展開演算して，

$$R_s=\int W_s\cdot\prod_{i=0}^{s}(v_i|\theta,v^{i-1},\ x^i,\ \bar{x}^i,\ \xi^i)$$

$$\times\prod_{i=0}^{s}(\bar{x}_i|\theta,\ v^{i-1},\ x^i,\ \bar{x}^{i-1},\ \xi^{i-1})\prod_{i=0}^{s}(x_i|\theta,\ v^{i-1},\ x^{i-1},\ \bar{x}^{i-1},\ \xi^{i-1})$$

$$\times\prod_{i=0}^{s}p(\xi_i|\theta,\ v^{i-1},\ x^i,\ \bar{x}^i,\ \xi^{i-1})p(\theta)\,\mathrm{d}\Omega(v^s,\ x^s,\ \bar{x}^s,\ \xi^s,\ \theta)$$

但シ x^{-1}, v^{-1}, $\bar{x}^{-1}$, ξ^{-1} は dummy ベクトル。

$p(\theta)$ は θ についての確率密度関数。

いま外乱 ξ は x, $\bar{x}$, v に依存しないから，

$$\prod_{i=0}^{s}p(\xi_i|\theta,\ v^{i-1},\ x^i,\ \bar{x}^i,\ \xi^{i-1})=\prod_{i=0}^{s}p(\xi_i|\theta,\ \xi^{i-1})$$

ほかの条件確率密度関数については，x_i, $\bar{x}_i$, v_i がそれぞれ条件的密度関数にあらわれる変数に依存しているから，厳密には δ 関数を使用してつぎのように表記される。

$$R_s=\int W_s\prod_{i=0}^{s}\delta(x_i-f_{i-1})\prod_{i=0}^{s}\delta(\bar{x}_i-g_{i-1})\prod_{i=0}^{s}(v_i-u_i)$$

$$\times\prod_{i=0}^{s}p(\xi_i|\xi^{i-1},\ \theta)p(\theta)\mathrm{d}\Omega(v^s,\ \bar{x}^s,\ \xi^s,\ \theta)$$

但シ，$f_{i-1}=f_{i-1}(x_{i-1},\ v_{i-1},\ \xi_{i-1})$

$u_i=u_i(z_i)$

$g_{i-1}=g_{i-1}(\bar{x}_{i-1},\ \xi_{i-1})$

$p(\theta)$ は θ の真の値については退化的。ただし，θ_0^* は未知。ここで，$p_0(\theta)$ を 0Δ において θ に付す先験的主観的確率密度関数とする。$\hat{p}_s(\theta)$ を z_s を観察したのち修正された主観的確率密度関数とする。z_s のうち，ξ については直接に観察して θ について explicit にあらわれると設定して，次の $\hat{p}_s(\theta)$ を $p(\theta)$ の代りに使う。

$$\hat{p}_s(\theta)=p(\theta|z_s)=\frac{p_0(\theta)\,\Pi_{i=0}^{s-1}p(\xi_i|\theta,\ \xi^{i-1})}{\int\Pi_{i=0}^{s-1}p(\xi_i|\eta,\ \xi^{i-1})p_0(\eta)\mathrm{d}\Omega(\eta)}$$

但し η は θ のとりうる値。

$$\therefore\quad H(u,\ \theta_0^*)=\sum_{s=0}^{N}\int W_s\prod_{i=0}^{s}\delta(x_i-f_{i-1})\prod_{i=0}^{s}\delta(\bar{x}_i-g_{i-1})$$

$$\times\prod_{i=0}^{s}\delta(v_i-u_i)\times\frac{[\Pi_{i=0}^{s-1}p(\xi_i|\theta,\ \xi^{i-1})]^2p_0(\theta)}{\int\Pi_{i=0}^{s-1}p(\xi_i|\eta,\ \xi^{i-1})p_0(\eta)\ \mathrm{d}\Omega(\eta)}\mathrm{d}\Omega(x^s,\ \bar{x}^s,\ \xi^{s-1},\ v^s,\ \theta)$$

ここで，α_k, β_k をつぎのように規定。

$$\alpha_k=\int W_k\prod_{i=0}^{k}\delta(x_i-f_{i-1})\prod_{i=0}^{k}\delta(\bar{x}_i-g_{i-1})$$

$$\times\frac{[\Pi_{i=0}^{k-1}p(\xi_i|\theta,\ \xi^{i-1})]^2}{\int\Pi_{i=0}^{k-1}p(\xi_i|\eta,\ \xi^{i-1})p_0(\eta)\mathrm{d}\Omega(\eta)}\cdot p_0(\theta)\mathrm{d}\Omega(\theta)$$

$$\beta_k=\prod_{i=0}^{k}\delta(v_i-u_i)$$

$$\therefore\quad H(u,\ \theta_0^*)=\int\alpha_N\beta_{N-1}\delta(v_N-u_N)\mathrm{d}\Omega(x^N\bar{x}^N,\ \xi^{N-1},\ v^N)+\sum_{i=0}^{N-1}R_i$$

もし，Hを最少にする u_N があれば，

$$\inf_{u_N}H(u,\ \theta_0^*)=\sum_{i=0}^{N-1}R_i+\inf_{u_N}\int\alpha_N\beta_{N-1}\delta(v_N-u_N)\ \mathrm{d}\Omega(x^N,\ \bar{x}^N,\ \xi^{N-1},\ v^N)$$

ここで，$A_N=\inf_{u_N}\ \alpha_N$ とおく。

$$\inf_{u_N}H(u,\ \theta_0^*)=\int A_N\beta_{N-1}\mathrm{d}\Omega(x^N,\ \bar{x}^N,\ \xi^{N-1},\ v^{N-1})+\sum_{i-0}^{N=1}R_i$$

したがって，

$$\inf_{u_N}H(u,\ \theta_0^*)=\int\beta_{N-2}\{\alpha_{N-1}+\int A_N\mathrm{d}\Omega(x_N,\ \bar{x}_N,\ \xi_{N-1})\}$$

$$\times\delta(v_{N-1}-u_{N-1})\ \mathrm{d}\Omega(x^{N-1},\ \bar{x}^{N-1},\ \xi^{N-2},\ v^{N-1})+\sum_{i=0}^{N-2}R_i$$

ここで，$A_{N-1}=\inf_{u_{N-1}}\ \{\alpha_{N-1}+\int A_N\mathrm{d}\Omega(x_N,\ \bar{x}_N,\ \xi_{N-1})\}$

$$\therefore\quad\inf_{u_{N-1}}\inf_{u_N}H(u,\ \theta_0^*)=\sum_{i-0}^{N=2}R_i+\int\beta_{N-2}A_{N-1}\mathrm{d}\Omega(x^{N-1},\ \bar{x}^{N-1},\ \xi^{N-2},\ v^{N-2})$$

A_N；A_{N-1} の形，$\inf_{u_N}H$；$\inf_{u_{N-1}}\inf_{u_N}H$ の形から，induction によって，次の継起的手順を得る。A_j を最少化する u_j を $\hat{u}_j$ とすれば，次の $\hat{u}$ が最適トラジェクトリになる。

$$A_{N+1}=0\ ;\ A_{N-j}=\inf_{u_{N-1}}\{\alpha_{N-j}+\int A_{N-j+1}d\Omega(x_{N-j+1},\ \bar{x}_{N-j+1},\ \xi_{N-j})\}\ ;$$

$$\inf_{u\in\Gamma} H(\hat{u},\ \theta_0{}^*)=A_{-1}\ ;\ \hat{u}=\{\hat{u}_0,\ \hat{u}_1,\cdots,\ \hat{u}_N\}$$

〔数学的付註II〕

ミニマックス策についての一つの一般的定式を簡単に紹介しておく。〔文献9. p. 47, p. 58, pp. 73〜74, pp. 78〜99, ほか〕

もしあらゆる ϵ ($\epsilon>0$) について，つぎのような $\theta_\epsilon{}^*\in\Theta^*$ があれば，そのとき $v_0{}^*$ は拡張されたベイズ策 (extended Bayes policy) または ϵ—ベイズ策とよばれる。

$$H(v_0{}^*,\ \theta_\epsilon{}^*)\leqq\inf_{v^*\in\Gamma^*} H(v^*,\ \theta_\epsilon{}^*)+\epsilon$$

なお，Hはすべてのθについてvにおいて凸 (convex) の汎関数。

また，つぎの $v_0{}^*$ があれば，これを平等化策 (equalizer policy) という。

$H(v_0{}^*,\ \theta)=C$; すべての $\theta\in\Theta$ について。

但シCはある定数。

もしある $v_0{}^*$ が平等化策であり，また ϵ—ベイズ策であれば，$v_0{}^*$ はミニマックス策である。

たとえば，もし θ^* が，平均値 o 標準偏差 $n\sigma^2$ の正規分布だと仮定されるとすれば，

$$\bar{\omega}=\lim_{n\to\infty} u$$

でしめされる$\bar{\omega}$が，それにあたるといったたとえ方で表現されよう。この場合，uが $\theta_{n\sigma 2}{}^*=N_{or}(0,\ n\sigma^2)$ についてのベイズ策で，$\bar{\omega}$ が ϵ—ベイズ策にならねばならない。

また，

$$\lim_{n\to\infty} H(u(n),\ \theta^*{}_{n\sigma 2})<\infty$$

ということでないといけない。そのほか若干の条件がつく。

注1）需要者，供給者の両方が単数である場合については，若干の注意がいる。一つの場合は，交換システムの原基型態としての物々交換モデルである場合であり，他の一つの場合は全体としての市場が成立している条件のもとで部分的に双方独占の状態が他の部分からきりはなされてながめられる場合である。前者では貨幣が成立要件ではない。〔文献12. 参照〕。

2）これは T.C. クープマンスのいう“第一の不確実性(the primary uncertainty)”にほぼ関連している。〔文献3, pp. 162〜3〕

3）この問題は，不確実性の扱いについて，ここにのべるのとやや異なった一つの問題をも提起する。これについては別の機会に説きたい。

4）これは T. C. クープマンスのいう“第二の不確実性 (the secondary uncertainty)" に主としてかかわる。〔文献3, pp. 162〜3〕

5）「利子率はもともと純粋の意味のバロメーターではない」（都留重人)。〔文献**10.** p. 26, pp. 53〜71〕。それは外乱IVにもかかわる。いまこの問題に立ち入らないために代表的な「価格」のみにした。

6）国際環境要因については，そのケース・バイ・ケースにより前述外乱のいずれかに扱うことができる。

7）この問題について，マーフィは，統計学的均衡（statistical equilibrium, stochastic equilibrium in the market）の問題として定式化し，エントロピー理論を採用して熱力学におけるマクスウエル・ボルツマン分布にかかわるボルツマンの H-定理などとの関係で説明している。ただ，そこでは結果にして（演繹的にではないが），"分子無秩序の仮定（hypothesis of molecular chaos)" が入る。この問題についての紹介とコメントは，別の稿で行なった。〔文献**13,** その付註〕。

8）この問題については，マーフィのモデルを使い，やや別の観点から，ほかの稿でふれた。〔文献**13**参照〕。

〔文献〕

1. Fel'dbaum, A. A. (translated by A. Kraiman), *Optimal Control Systems*, 1965.

2. Kapp, K. W., *Social Costs of Business Enterprise*, (2nd ed.) 1963.

3. Koopmans, T. C. *Three Essays on the State of Economic Scicnce.* 1957.

4. Lange, O., *Price Flexibility and Employment*, 1944. (邦訳，安井琢磨・福岡正夫訳，東洋経済刊，1953)

5. Lange and Taylor, *On the Economic Theory of Socialism*, (1938). 1964.

6. Leonardi, S., *Progresso Tecnico e Rapporti di Lavoro*, 1957. 邦訳：原聰男訳『技術の進歩と労働関係』1962年。

7. Murphy, R. E., *Adaptive Processes in Economic Systems*, 1965.

8. Sawaragi and Nakamizo, *Statistical Decision Theory in Adaptive Control Systems*, 1967.

9. Sworder, D., *Optimal Adaptive Control Systems*, 1966.

10. 都留重人『経済の論理と現実』1959年。

11. 飯尾要「市場と情報」桃山大経済学論集第9巻第2号. March, 1968.

12. 飯尾要「商品流通の展開の Relatively Isolated System モデル」桃山大経済学論集第9巻第1号，1967年9月。

13. 飯尾要「市場構造と企業デシジョン」（マーケティング研編『マーケティング行動と環境』千倉書房，1969刊に所収。）